

ДЕРЫСАЛЫ БАУЫРЖАН ОЦАЛАПУЛЫ

ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕЦДЕУ ҮШІН АСИМЕТРИЯЛЫҚ
СИПАТТАМАЛЫҚ БАСТАПҚЫ-ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТЕРІНІЦ ГРИН
ФУНКЦИЯСЫ

«6D060100-Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD)
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияға

АЦДАТПА

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Бұл диссертациялық жұмыста гиперболалық теңдеу үшін шекаралық есептердің Грин функциясын құру мәселесі зерттеледі. Гиперболалық есептер үшін құрылған Грин функциясы эллиптикалық және параболалық есептер үшін құрылған Грин функциясынан айтарлықтай ерекшеленеді.

Эллиптикалық және параболалық теңдеулердің есептері үшін Гриннің екі функциясының айырмасы

$$g(x, y) = G_Q(x, y) - G_P(x, y)$$

тегісірек функция және келесідей біртекті теңдеудің шешімі болады

$$L g(x, y) = 0, \quad x, y \in \Omega.$$

Алайда, гиперболалық теңдеуге арналған есептер үшін олай болмайды. $G_Q(x, y)$ және $G_P(x, y)$ функциялары сияқты $g(x, y)$ функциясында бірдей ретті ерекшелікке ие болады.

Сонымен, егер эллиптикалық және параболалық теңдеулердің есептері үшін Грин функциясы "ерекшелігі бар негізгі бөлік" және "тегіс қосындысы" түрінде анықталатын болса

$$G_P(x, y) = G_Q(x, y) - g(x, y),$$

гиперболалық шекаралық есептер үшін олай болмайды. Бұл факт қарастыруды едәуір қиындатады, сондықтан әрбір дербес жағдай үшін жеке зерттеу қажет болады.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты мен міндеті сипаттамалық үшбұрыштағы гиперболалық теңдеу үшін асимметриялық сипаттамалық бастапқы-шеттік есептер үшін Грин функциясының әдісін негіздеу.

Диссертациялық жұмыстың мақсатына жету үшін зерттеудің келесі негізгі міндеттері қарастырылады:

-Екінші ретті жалпы екі өлшемді гиперболалық теңдеу үшін ширек жазықтықтағы бірінші бастапқы-шеттік есептің Грин функциясын құру;

-Екінші ретті жалпы екі өлшемді гиперболалық теңдеу үшін ширек жазықтықтағы екінші бастапқы-шеттік есептің Грина функциясын құру;

-Сипаттамалық емес шекарада бірінші текті шектік шартты сипаттамалық үшбұрышта қарастырылған жалпы түрдегі гиперболалық теңдеу үшін Дарбу есебінің Грин функциясын құру;

-Сипаттамалық емес шекарада бірінші текті шеттік шартты сипаттамалық үшбұрышта қарастырылған жалпы түрдегі гиперболалық теңдеу үшін асимметриялық сипаттамалық шеттік есептер үшін Грин функцияны құру;

-Сипаттамалық емес шекарада екінші текті шеттік шартты сипаттамалық үшбұрышта қарастырылған жалпы түрдегі гиперболалық теңдеу үшін асимметриялық сипаттамалық шеттік есептер үшін Грин функцияны құру;

-Грин функцияның "классикалық емес" көрінісі бар дұрыс сипаттамалық шектік есептің мысалын құру;

-Қисық сызықты шекаралы облыста көлемдік гиперболалық потенциалдың шектік шарттарын құру.

Зерттеу объектісі. Жалпы түрдегі айнымалы коэффициентті екінші ретті гиперболалық теңдеу.

Зерттеу әдістері. Диссертация дифференциалдық теңдеулер теориясының, функциялар теориясының, потенциалдар теориясының, арнайы функциялар теориясының және дифференциалдық геометрия теориясының әдістерін қолданады.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. Осы диссертациядағы зерттеуге ұсынылатын есептер жаңа болып табылады.

Характеристикалық шектік есептер үшін Грин функциясын құрудағы ең маңызды жетістіктердің бірі - Haws L. Symmetric Green's functions for certain hyperbolic problems (1991) жұмысы болды. Ол $\Gamma = \{(x, y) : 0 < x < y < 1\}$ сипаттамалық үшбұрышында екі өлшемді гиперболалық теңдеуді қарастырды

$$u_{xy} + p(x, y)u = f(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma,$$

AB сипаттамалық емес түзудің бойынан екі шекаралық шарттың біреуі таңдап алынды: бірінші текті шекаралық шарт

$$u(x, x) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

немесе екінші текті шекаралық шарт

$$(u_x - u_y)(x, x) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

сондай-ақ C нүктесінде шарт қолданылды:

$$u(0, 1) = 0.$$

Есеп қарастырылып отырған есептің Грин функциясының симметриялы болуын қамтамасыз ететін тағы бір шартпен толықты. Мысал ретінде ығысуы бар өз-өзіне түйіндес шекаралық шарттарын пайдалану ұсынылды.

Жалпы жағдайда есеп тек тұжырымдалды, бірақ шешілген жоқ. $p(x, y) \equiv 0$ дербес жағдайы үшін Грин функциясының анықтамасы берілді және оны құру әдістемесі көрсетілді. Грин функциясы біртіндеп тұрақты функцияға айналды

Автор кіші коэффициенттері бар гиперболалық теңдеулерді де қарастырды

$$u_{xy} + au_x + bu_y + cu = f(x, y), \quad (x, y) \in G.$$

Алайда, a, b, c коэффициенттері тұрақты жағдайы ғана қарастырылды.

Еркін коэффициенттері бар сипаттамалық шекаралық есептің Грин функциясын құру есебі (симметрия шартын пайдаланбай) шешілмеген есеп ретінде әрі қарай қарастыруға қызықты болды.

Зерттеудің тәжірибиелік және теориялық маңызы.

Тақырып бойынша зерттеулер негізінен теориялық және іргелі болып табылады. Олардың ғылыми маңыздылығы алынған нәтижелердің негізділігінің терең деңгейіне байланысты.

Жарияланымдар. Диссертация нәтижелері бойынша 10 жұмыс жарияланды: 3 журнал мақаласы (1 Scopus индекстейтін журналдарда және 3 Қазақстан Республикасы Білім және Ғылым министрлігінің Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған журналда), 4 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында (1 Springer Proceedings-те).

Диссертация тақырыбы бойынша нәтижелер келесі жұмыстарда жарияланды:

Рейтингтік ғылыми журналдар

1 M. A. Sadybekov, B. O. Derbissaly. On Green's function of Cauchy–Dirichlet problem for hyperbolic equation in a quarter plane // *Boundary Value Problems*. V. 69, 23 pp., 2021. Web of Science Impact factor=1,7(Q1), Scopus SJR=0,573 (Q1), CiteScore=3,5, Scopus Percentile=92

ҚР БҒМ Білім және ғылым саласындағы бақылау комитетімен
ұсынылған тізімге кіретін ғылыми басылымдар

1 M. A. Sadybekov, B. O. Derbissaly. Boundary conditions of volume hyperbolic potential in a domain with curvilinear boundary // *Kazakh Mathematical Journal*. V. 19, № 4, P. 20-29, 2019.

2 M. A. Sadybekov, B. O. Derbissaly. On Green's function of Darboux problem for hyperbolic equation // Bulletin of KazNU. Series of mathematics, mechanics, computer science. V. 111, № 3, P. 79-94, 2021.

3 B. O. Derbissaly. On Green's function of the second Darboux problem for hyperbolic equation // Bulletin of KazNU. Series of mathematics, mechanics, computer science. V. 116, №4, P. 3-14, 2022.

Отандық басылым

1 M. A. Sadybekov, B. O. Derbissaly. On the Green function of the Cauchy-Neumann problem for the hyperbolic equation in the quarter plane // Kazakh Mathematical Journal. V. 21, № 1, P. 89-107, 2021.

Шетелдік басылым

1 T. Sh. Kalmenov, B. O. Derbissaly. On the boundary conditions of the wave potential in a domain with curvilinear borders // Reports of Adyghe (Circassian) International Academy of Sciences. V 19, № 1, P. 22-31, 2019.

Халықаралық конференция материалдары

1 M. A. Sadybekov, B. O. Derbissaly. Boundary conditions of the hyperbolic potential in a domain with curvilinear boundary // Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, V. 351, P. 257-271, 2021. Scopus SJR=0,253, Scopus Percentile=14

2 B. O. Derbissaly. On the Green function of the first initial-boundary problem of a hyperbolic equation in a quarter plane // Тезисы докладов: ежегодная научная апрельская конференция института математики и математического моделирования, посвященная 1150-летию Абу Насыр аль-Фараби и 75-летию Института математики и математического моделирования. С. 39, 2020.

3 Б. О. Дербисалы. Краевые условия объемного гиперболического потенциала в области с криволинейной границей // Тезисы докладов: ежегодная научная апрельская конференция института математики и математического моделирования и Workshop «Problems of modelling processes in electrical contacts», посвященный 80-летию юбилею академика НАН РК Станислава Николаевича Харина. С. 55, 2019.

4 M. A. Sadybekov, B. O. Derbissaly. On Green's function of asymmetric characteristic boundary value problem for hyperbolic equation in a characteristic triangle // International Conference "Numerical Functional Analysis", 22-24 ноября, 2021, Istanbul, Turkey

Диссертацияның құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс титулдық беттен, мазмұннан, кіріспеден, жеті бөлімнен, қорытындыдан және әдебиеттер тізімінен тұрады. Диссертацияның жалпы көлемі 68 әдебиетке сілтемесі бар 108 бетті құрайды.

Диссертацияның негізгі мазмұны. Кіріспе зерттеу тақырыбының өзектілігін, мақсаттары мен міндеттерін, диссертацияны қорғаудың негізгі ережелерін, зерттеу объектісі мен негізін, зерттеу әдістерін, зерттеудің жаңалығы мен теориялық және практикалық маңыздылығын, диссертацияның басқа ғылыми-зерттеу жұмыстарымен байланысын, жұмысты сынақтан өткізуді, автордың жарияланымын, диссертацияның көлемі мен құрылымы мен мазмұнын қамтиды.

1-бөлімде екінші ретті жалпы екі өлшемді гиперболалық теңдеу үшін ширек жазықтықтағы бірінші бастапқы-шеттік есептің Грин функциясын құру әдістемесі анықталған және негізделген.

2-бөлімде екінші ретті жалпы екі өлшемді гиперболалық теңдеу үшін ширек жазықтықтағы екінші бастапқы-шеттік есептің Грин функциясын құру әдістемесі анықталған және негізделген.

3-бөлімде сипаттамалық емес шекарада бірінші текті шеттік шарты сипаттамалық үшбұрышта жалпы типтегі гиперболалық теңдеу үшін Дарбу есебінің Грин функциясының анықтамасы берілген және оны құру әдістемесінің негіздемесі берілген.

4-бөлімде сипаттамалық емес шекарада бірінші текті шеттік шарты сипаттамалық үшбұрышта жалпы түрдегі гиперболалық теңдеуі үшін асимметриялық сипаттамалық шекаралық есептер үшін Грин функциясының анықтамасы берілген және оны құру әдістемесінің негіздемесі берілген.

5-бөлімде сипаттамалық емес шекарада екінші текті шеттік шартты сипаттамалық үшбұрышта жалпы түрдегі гиперболалық теңдеу үшін асимметриялық сипаттамалық шекаралық есептер үшін Грин функциясының анықтамасы берілген және оны құру әдістемесінің негіздемесі берілген.

6-бөлімде Грин функциясының "классикалық емес" көрінісі бар дұрыс сипаттамалық шекаралық есептің мысалдары құрастырылған.

7-бөлімде қисық сызықты шекаралы облыста көлемдік гиперболалық потенциалдың шекаралық шарттары салынған.

Қорытындыда диссертациялық жұмысты орындау барысында алынған негізгі нәтижелер ұсынылған.